**旋度 旋度定理**

(未完成)

2016/1/2

预备知识: 梯度 梯度定理 散度 散度定理(链接未完成)

(这部分应该另开一个词条).

在使用(del)表示梯度, 散度和拉普拉斯算符时, 在符号上都可以算符看做一个矢量, 然后用对应的矢量运算法则进行运算. 例如梯度运算看做矢量与标量的数乘, 散度运算看做矢量与矢量的点乘, 拉普拉斯运算看做梯度(结果为矢量)的散度. 注意的关系仅对标量场成立, 矢量拉普拉斯运算和散度的梯度运算并不是一回事. 因为任意三个矢量并不满足结合律, 但满足结合律.

在探索完的数乘和点乘以后, 我们自然会想到叉乘. 根据叉乘的定义



这叫做矢量场的旋度. 通过一些例子不难发现, 旋度可用于衡量矢量场在某点的旋转方向及大小. 如果把一个绕中心的小球放在力场中, 小球旋转的方向(右手定则判断)和加速度就和场在该点的旋度成正比. 知道该性质后, 很多时候只需观察场的分布, 无需具体计算就可以大致判断出旋度的方向大小. 下面是几个例子

1. 同方向的变化场

2. 长直电流产生的磁场(与中心成反比)

3. 旋转刚体的速度场(与中心成正比)

和梯度散度类似, 虽然算符中只包括了对三个坐标轴方向的偏导, 但是结果与坐标系的选取无关(但必须是右手系(见矢量和伪矢量)).

(说明: 对任何闭合回路, 若场1的面积分等于场2的线积分, 那么场1就是场2的旋度). (对散度定理也做类似的说明.)

取一个无限小的回路, 用积分, 比, 极限的方法.

先用二维场, xy, 然后同理yz, zx. 最后用一张大大的网图.

最后提一下亥姆霍兹定理(已知旋度和散度, 如何求场? 加上一个调和场).

证明思路: 先用积分-比-极限法求出一个微小方形面元的旋度表达式. 但是这回, 微小方形面元可以在三个方向上的. 没关系, 分别求出来就好啦. 然后对于一个任意的大曲面, 用三个方向的微小面元近似拼接成大曲面, 内部边界的线积分互相抵消, 只剩下外部边界的线积分.